

А.С. Бологін, Ю.О. Манулін, Г.Т. Горохов

Державний науково-дослідний інститут авіації, Київ

ПРИКЛАДНА МАРКОВСЬКА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ВПЛИВУ НЕСПРИЯТЛИВИХ ФАКТОРІВ НА ПРОЦЕС ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Розроблено математичну модель на основі використання методів теорії марковських процесів для складної ергатичної системи “екіпаж-літак”, за допомогою якої виконується оцінка умов безпеки польотів. Розглянуто методичні підходи до аналізу результатів дії несприятливих факторів на технічний стан планера та його систем. Отримано аналітичні залежності стосовно процесів переходу системи “екіпаж-літак” у різні випадкові стани. Різноманітність виникнення особливих ситуацій у польотах та в реальних умовах експлуатації військової авіаційної техніки обумовлена впливом швидко та повільно діючих несприятливих факторів, які безпосередньо визначають результати завершення польоту. Досліджено застосування марковських моделей як з неперервним, так і дискретним параметром у разі виникнення декількох несприятливих факторів. Пропонується передбачити використання марковської моделі для обробки даних експлуатації літальних апаратів під час підготовки варіантів рішень щодо прогнозування змін технічного стану планера та його систем.

Ключові слова: безпека польотів, ймовірність відмови, інженерно-авіаційне забезпечення.

Вступ

У процесі експлуатації літальних апаратів (ЛА) одна з основних вимог полягає в необхідності забезпечення умов безпеки польотів, виконання яких безпосередньо визначається поточними характеристиками функціонування складної ергатичної системи “екіпаж-літак”.

Оцінка випадкового стану системи “екіпаж-літак” потребує наявності структурної схеми функціонування системи в польоті і відповідного аналізу впливу на систему несприятливих факторів (НФ) польоту, які можуть сприяти виникненню особливих ситуацій у польоті.

У структурній схемі відображаються можливі переходи в різні випадкові стани, до яких відносяться стани з виникнення відмов авіаційної техніки внаслідок неочікуваних пошкоджень, фізичного зносу, природного старіння, а також помилок льотного екіпажу під час роботи з бортовим кабінным обладнанням і помилок інженерно-технічного складу в процесі підготовки ЛА до польотів.

Виникнення особливих ситуацій може привести до завершення польоту з різними результатами: благополучне завершення, наявність інцидентів і серйозних інцидентів, поломки та аварії або катастрофи.

Випадкові переходи системи “екіпаж-літак” у різні стани в залежності від особливих ситуацій польоту з високою достовірністю відображаються за допомогою математичного апарату марковських

процесів [1]. Марковський процес в наочному вигляді описується як структурна схема графа станів, на якій показано ймовірності переходів поміж ними.

Постановка завдання та його актуальність.

Необхідність розробки математичного забезпечення інформаційних систем підтримки прийняття рішень передбачає проведення досліджень, що мають вказати шляхи вирішення завдання пошуку раціональної структури математичних моделей, які реалізовано в інформаційній системі.

Загальний підхід до урахування оцінок забезпечення безпеки польотів полягає в дослідженні структури розгалуженого графа логічного аналізу особливих ситуацій, що показано на рисунку 1.

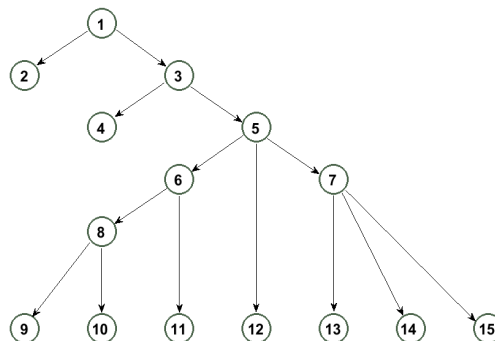


Рис.1. Загальна структура графа логічної схеми аналізу процесу аналізу можливих станів системи “екіпаж - літак”

Джерело: розроблено авторами

Вузли графа відповідають переліку станів:

1. Початковий стан.
2. Непоява НФ з імовірністю P_{ϕ} .
3. Вплив НФ з імовірністю $q_{\phi}=1-P_{\phi}$.
4. Відновлення справності авіаційної техніки після дії НФ з імовірністю R_{ϕ} .
5. Неусунення наслідків НФ з імовірністю $R_{\phi}=1-R_{\phi}$.
6. Катапультивання під час переходу до нього з імовірністю q_k .
7. Інцидент в процесі посадки з імовірністю q_{Π} .
8. Відсутність помилок екіпажу під час катапультивання з імовірністю $P_{\text{лк}}$.
9. Аварія внаслідок вдалого катапультивання у випадку безвідмовної роботи засобів аварійного рятування з імовірністю $P_{\text{тк}}=1-q_{\text{тк}}$.
10. Катастрофа під час катапультивання внаслідок відмов засобів аварійних засобів рятування з імовірністю $q_{\text{тк}}$.
11. Катастрофа під час катапультивання внаслідок помилки екіпажу з імовірністю $q_{\text{лк}}=1-P_{\text{лк}}$.
12. Катастрофа внаслідок відсутності можливості катапультивання та посадки з імовірністю $P_{\text{кп}}$.
13. Катастрофа під час катастрофічної посадки з імовірністю $q_{\text{пкф}}$.
14. Поломка в результаті успішної посадки з імовірністю $q_{\text{пус}}$ (якщо після дії НФ завершується посадка без пошкоджень ЛА і травмування екіпажу, то такий стан системи “екіпаж-літак” відноситься до благополучного завершення польоту, так як це результат усунення дії НФ і відновлення працездатності авіаційної техніки).
15. Аварія під час аварійної посадки з імовірністю $q_{\text{пав}}$.

На основі результатів обробки бази даних експлуатації системи “екіпаж-літак” отримуємо, наприклад, значення ймовірностей:

благополучного завершення польоту:
 $P_{\text{бп}}=P_{\phi}+q_{\phi}\times R_{\phi}$;

випадку виникнення інциденту: $Q_i=1-P_{\text{бп}}$;

виникнення інциденту під час посадки:
 $Q_{\text{ип}}=Q_i\times q_{\Pi}$.

Актуальність завдання полягає в отриманні обґрунтованих рішень передбачення стану систем “екіпаж-літак” в сучасних умовах збільшення випадків виникнення особливих ситуацій польотів. Крім цього, актуальність пошуку раціональної структури математичної моделі пояснюється відсутністю в теперішній час вітчизняної інформаційної системи супроводження експлуатації державної авіації України, для якої необхідно створити відповідне математичне забезпечення.

Аналіз попередніх досліджень. Аналіз виконаних в останні роки досліджень [1...3] вказує на достатньо розвинений науково-методичний

апарат логічного аналізу та досвід його застосування, який може бути використаний при коригуванні програм (планів) технічного обслуговування і ремонту, а також регламентів технічного обслуговування старіючого парку ЛА. Зазначені роботи, організовані за результатами попереднього визначення технічного стану елементів конструкції виробу, надають методичний інструмент обґрунтування та прийняття управлінських рішень і встановлення функціональним системам та їх комплектувальним виробам методів технічної експлуатації до передбаченого стану та до відмови.

Особливості експлуатації ЛА в сучасних умовах, коли польоти в більшості випадків здійснюються під час великого навантаження на силові елементи конструкції планера ЛА, приводять до необхідності проведення досліджень щодо впливу НФ на прогностичні оцінки з благополучного завершення польоту ЛА.

Тому **метою статті** є розробка прикладної марковської моделі з визначенням переліку функціональних залежностей, за допомогою яких можливо отримувати результати обробки баз даних реальної експлуатації ЛА і передбачити вплив НФ на конструкцію планерів ЛА.

Виклад основного матеріалу

Використання марковських моделей передбачає визначення ймовірностних значень переходів поміж станами системи “екіпаж-літак” шляхом статистичної обробки баз даних реальної експлуатації ЛА. При цьому інформаційні дані обробляються як відносно конкретного ЛА, так і всього парку ЛА.

На основі обробки даних з надійності експлуатації авіаційної техніки визначено, що значна кількість пошкоджень і інцидентів припадає на планер та його системи, а також на помилки льотних екіпажів та інженерно-технічного складу, що створює умови виникнення особливих ситуацій у польоті.

Результати статистичної обробки бази даних дозволяють встановити значення параметрів законів функцій розподілу ймовірностей змін стану системи “екіпаж-літак”.

Методи статистичної обробки експериментальних даних приведено в багатьох роботах, зокрема [4]. Стосовно системи “екіпаж-літак” необхідно передбачити обробку відносно трьох видів відмов: P_v – ймовірність несподіваних відмов, P_{ϕ} – ймовірність відмов фізичного зносу, P_e – ймовірність відмов природного старіння.

Відмови авіаційних конструкцій та систем, які були зумовлені їх пошкодженнями, звичайно

аналізують за наслідком подальшої безпечної або небезпечної кінетики. Використовуються лінійні або нелінійні феноменологічні моделі накопичення пошкоджень, а також результати експериментальних досліджень деградації властивостей матеріалів, вузлів і елементів авіаційної техніки за час експлуатації [5].

Якщо прийняти припущення, що відмови розподілені незалежно одна від одної, то ймовірність невиникнення відмови можливо представити у вигляді $P=P_v \times P_f \times P_e$, де ймовірності розраховуються згідно із законами: експоненціального – для P_v і нормального – для P_f та P_e .

Оцінки умов безпеки польотів потребують застосування математичних методів марковських процесів як із неперервним, так і дискретним параметром (ланцюгів Маркова). Вказані математичні методи дозволяють отримати значення оцінок ймовірностей появи випадків виникнення особливих ситуацій в структурі систем “екіпаж-літак” [2].

Аналіз можливостей застосування марковських моделей розглянемо в подальшому на прикладі функціонування гідравлічної системи ЛА, яка складається з основної та резервної систем, а також автомата переключення у випадку відмови основної системи.

Одною з причин відмови автомата переключення або основної системи можуть стати помилки інженерно-технічного складу (НФ1) під час робіт із підготовки до польотів. Також доцільно розглядати помилки льотного екіпажу (НФ2) в процесі управління роботою гідравлічної системи.

На рисунку 2 показано в загальному вигляді можливий граф станів на основі марковського процесу з неперервним параметром відповідно до дії потоку двох незалежних НФ1 і НФ2.

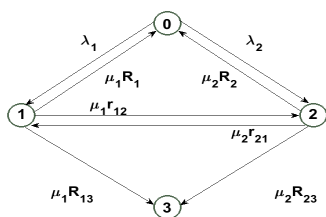


Рис. 2. Марковський процес з неперервним параметром

Джерело: [2, додаток, с. 23]

Інтенсивності потоків λ_1 та λ_2 , відповідно до НФ1 та НФ2, можуть взаємно породжувати один одного з інтенсивностями $\mu_1 r_{12}$ та $\mu_2 r_{21}$. При цьому

μ_1 та μ_2 визначають інтенсивності початку дії з усунення наслідків НФ1 та НФ2 ($\mu_1, \mu_2 > \lambda_1, \lambda_2$).

Усунення наслідків дії потоків НФ1 і НФ2 здійснюється з інтенсивностями $\mu_1 R_1$ і $\mu_2 R_2$, де R_1 та R_2 ймовірності усунення НФ1 та НФ2, ймовірності неусунення – з інтенсивностями $\mu_1 R_{13}$ і $\mu_2 R_{23}$. При цьому, R_{13} і R_{23} відповідають ймовірностям переходу системи в небезпечний стан.

Необхідно передбачити виконання дотримання умов: $R_1 + r_{12} + r_{13} = 1$; $R_2 + r_{21} + r_{23} = 1$.

Граф станів (рисунок 2) дозволяє отримати матрицю інтенсивностей переходів, де $\lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_2$:

$$\begin{pmatrix} -\lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\ \mu_1 R_1 & -\mu_1 & \mu_1 r_{12} & \mu_1 r_{13} \\ \mu_2 R_2 & \mu_2 r_{21} & -\mu_2 & \mu_2 R_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Відповідно до [6, с.196], система рівнянь Колмогорова має вигляд:

$$\frac{dP_0(\tau)}{d\tau} = -\lambda_0 P_0(\tau) + \mu_1 R_1 P_1(\tau) + \mu_2 R_2 P_2(\tau);$$

$$\frac{dP_1(\tau)}{d\tau} = \lambda_1 P_0(\tau) - \mu_1 P_1(\tau) + \mu_2 r_{21} P_2(\tau);$$

$$\frac{dP_2(\tau)}{d\tau} = -\lambda_2 P_0(\tau) + \mu_1 r_{12} P_1(\tau) - \mu_2 P_2(\tau);$$

$$\frac{dP_3(\tau)}{d\tau} = -\lambda_0 P_0(\tau) + \mu_1 R_{13} P_1(\tau) + \mu_2 R_{23} P_2(\tau),$$

де: $P_0(\tau), P_1(\tau), P_2(\tau), P_3(\tau)$ – ймовірності знаходження системи “екіпаж-літак” в момент τ в кожному з чотирьох станів. Система рівнянь вирішується при початкових умовах:

$$P_0(0) = 1, P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0.$$

У загальному випадку, якщо можливий на кожному кроці перехід системи з будь-якого стану в люий інший стан, то враховуючи, що існує повна група несумісних подій, повинні виконуватись

умови нормування: $\sum_{i=1}^S P_i(k) = 1$, де S – кількість

можливих станів; $P_i(k)$ – ймовірність знаходження системи “екіпаж-літак” в i -му стані після k -го кроку.

На рисунку 3 показано граф станів на основі марковського процесу з дискретним параметром (ланцюги Маркова), коли переходи системи з одного стану в інший можливі в фіксовані моменти часу. Процес переходу розглядається як функція цілочислового аргументу – параметру кроку: 1, 2, ..., k (номеру кроку), ...

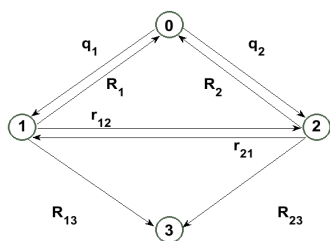


Рис. 3. Марковський ланцюг з дискретним параметром

Джерело: розроблено авторами

Вузли графа відповідають станам:

- 0. – Відсутні НФ₁ та НФ₂;
- 1, 2. – Стани до початку дії з усунення НФ₁ та НФ₂;
- 3. – Виникнення інциденту після неусунення НФ₁ та НФ₂.

Використання структури графа дозволяє передбачити ймовірності переходу між вузлами графа:

q_1 та q_2 – відмови авіатехніки (НФ₁) та помилки ЛЕ (НФ₂), які можуть взаємно впливати на появу один до одного;

R_1 та R_2 – усунення наслідків НФ₁ та НФ₂;

R_{24} та R_{34} – неусунення наслідків НФ₁ та НФ₂;

r_{12} та r_{21} – ймовірності взаємного один до одного впливу НФ₁ та НФ₂.

Розглянемо приклад розрахунків благополучного завершення польотів в випадку дії НФ на гідравлічну систему для наступних початкових даних:

кількість кроків $k = 4$; ймовірність відмови автомата переключення $q_1 = 0,05$, що сприяє появі помилки екіпажу з ймовірністю $r_{12} = 0,2$; помилка екіпажу може виникнути незалежно від відмови

автомата переключення з ймовірністю $q_2 = 0,05$ і приводити до відмови автомата переключення з ймовірністю $r_{21} = 0,1$; ймовірності усунення відмов та помилок $R_1 = 0,75$, $R_2 = 0,85$.

В таблиці 1 наведено результати розрахунків, що вказують на зменшення ймовірності благополучного завершення польоту, так як згідно з умовами приклада в системі “екіпаж-літак” зміни моделюються ланцюгом Маркова з поглинаючим станом.

Таблиця 1

Приклад розрахунків ймовірності завершення польоту в фіксовані дискретні моменти часу

k (дискретний номер)	1	2	3	4
Ймовірність завершення польоту	1	0,995	0,99475	0,993201

Джерело: розроблено авторами

Висновок

Таким чином, розроблено прикладну математичну модель на основі застосування марковських функціональних залежностей, що дозволить покращити обґрунтованість рішень та їх ефективність стосовно подальшої експлуатації за призначенням ЛА. При цьому вихідні дані прикладної марковської моделі забезпечують можливість особі, що приймає рішення, своєчасно розв'язувати проблеми та завдання, пов'язані з різними результатами, такими як: благополучне завершення польотів, наявність інцидентів і серйозних інцидентів, поломки та аварії, або катастрофи.

Напрями подальших досліджень.

Передбачено продовжувати дослідження щодо аналізу можливостей продовження ресурсних показників старіючих і пошкоджених планерів ЛА з використання напівмарковських моделей у разі наявності невизначеності стосовно ймовірностей переходу системи “екіпаж-літак” у різні стани.

Список літератури

1. Безпека авіації / В.П. Бабак, В.П. Харченко, В.О. Максимов та ін. За ред. В.П. Бабака. - К.: Техніка, 2004. – 584 с.
2. Финадорин Г.А. Методология корректирования парка летательных аппаратов с целью обеспечения безопасности полетов. Диссертация доктора технических наук. Киев – 1991.
3. Шуенкин В.А., Донченко В.С. Прикладные модели теории массового обслуживания: Учеб. пособие. - К.: НМК ВО, 1992. - 398 с.
4. Коваленко І.П. Математична статистика у прикладах і задачах. Навчальний посібник. – К.: Видавничий Дім “Слово”, 2012. – 496 с.
5. Третьяченко Г.Н., Карпинос Б.С., Барило В.Г. Разрушение материалов при циклических нагрузках. Киев.: Наукова думка. 1993 – 287 с.

6. Челобітченко О.О., Внуков А.В., Паутинка В.М., Фокін С.О. Ймовірнісна модель динаміки зміни стану парку авіаційної техніки повітряних сил у ході ведення бойових дій / 36. наук. праць ДНДІА – К.: ДНДІА. – Вип. № 15(22), 2019. – С. 194-198.

Надійшла до редколегії 28.10.2025

Схвалена до друку 21.11.2025

Відомості про авторів:

Бологін Андрій Сергійович

кандидат технічних наук
старший науковий співробітник
докторант штатний
Державного науково-дослідного інституту авіації,
Київ, Україна
[https:// orcid.id: 0000-0003-0656-7799](https://orcid.id:0000-0003-0656-7799)

Манулін Юрій Олексійович

начальник науково-дослідного відділу
Державного науково-дослідного інституту авіації,
Київ, Україна
[https:// orcid.id:0000-0001-9676-4846](https://orcid.id:0000-0001-9676-4846)

Горохов Георгій Титович

кандидат технічних наук
старший науковий співробітник
провідний науковий співробітник
Державного науково-дослідного інституту авіації,
Київ, Україна
[https:// orcid.id:0000-0002-1479-816X](https://orcid.id:0000-0002-1479-816X)

Information about the authors:

Andrij Bolohin

Candidate of Technical Sciences
Senior Researcher
Doctoral Student
of State Research Institute of Aviation,
Kyiv, Ukraine
[https:// orcid.id: 0000-0003-0656-7799](https://orcid.id:0000-0003-0656-7799)

Yurii Manulin

Head of Research Department
of State Research Institute of Aviation,
Kyiv, Ukraine
[https:// orcid.id:0000-0001-9676-4846](https://orcid.id:0000-0001-9676-4846)

Heorhii Horokhov

Candidate of Technical Sciences
Senior Researcher
Leading Researcher
of State Research Institute of Aviation,
Kyiv, Ukraine
[https:// orcid.id:0000-0002-1479-816X](https://orcid.id:0000-0002-1479-816X)

APPLIED MARKOV MODEL FOR ASSESSING THE IMPACT OF ADVERSE FACTORS ON THE OPERATIONAL PROCESS OF AIRCRAFT

A. Bolohin, Y. Manulin, H. Horokhov

A mathematical model has been developed based on the methods of Markov process theory for the complex ergatic system “crew–aircraft,” which is used to assess flight safety conditions. Methodological approaches are considered for analyzing the effects of adverse factors on the technical condition of the airframe and its systems. Analytical dependencies have been obtained describing the transition processes of the “crew–aircraft” system between various random states. The set of random states is determined through logical analysis of possible special flight situations and represented as a tree graph with probabilistic branches.

The application of Markov models with both continuous and discrete parameters has been studied in cases involving multiple adverse factors. For models with a continuous parameter, a system of Kolmogorov differential equations is used to determine the probabilities of the “crew–aircraft” system being in different random states. For models with a discrete parameter, a matrix form of the function with an integer-valued argument representing the number of transition steps between states is applied.

The feasibility of using Markov models is analyzed using the example of a hydraulic system consisting of a main and an emergency backup system, as well as an automatic switch in case of main system failure.

The potential of Markov models is analyzed using the example of a hydraulic system consisting of a main and an emergency backup subsystem, as well as an automatic switching mechanism in the event of main system failure.

It is proposed to use the Markov model for processing aircraft operational data when preparing decision options for forecasting changes in the technical condition of the airframe and its systems.

Keywords: flight safety, failure probability, engineering and aviation support.